

火山体浅部の地震波速度構造解明のための手法

— 火山地域用 3 次元地震波線追跡法および非線形震源決定法の開発 —

西 潔

京都大学防災研究所火山活動研究センター

Tools for investigation on subsurface seismic velocity structure of volcano

— Development of three-dimensional robust seismic ray tracer for volcanic regions and nonlinear hypocenter calculation scheme —

Kiyoshi NISHI

Sakurajima Volcano Research Center, Disaster Prevention Research Institute,
Kyoto University

要旨

Seismic velocity structure of volcanic edifice is highly heterogeneous so that tools for investigation on the seismic properties of volcano should be robust for velocity heterogeneity. From this viewpoint, a three-dimensional robust seismic ray tracer, effective in any complicated velocity structure, is developed by using hybrid scheme of the shortest path calculation and the simplex method.

Hypocenter calculation in a three-dimensional heterogeneous velocity structure is another problem to be solved. Geiger's method effective in a 1-D velocity structure sometimes loses efficiency in a 3-D heterogeneous velocity structure, because of unavailability of appropriate initial values necessary for linearization. Alternative calculation scheme to find hypocenter parameters that minimize the travel time residuals is proposed. In this calculation, travel times are calculated by above mentioned robust seismic ray tracer and travel time residuals are optimized by simplex method. Examples of superior results to conventional Geiger's method on actual hypocenter calculation in 3-D heterogeneous velocity structure are shown.

1 はじめに

火山体の地震波速度構造を知る方法として地震波の走時 (travel time) データを用いたトモグラフィ手法が有効であり近年火山体の速度構造解明の有力な方法の一つとして認識されつつあるが、火山体浅部の速度構造の不均質性を考慮しなければならない。

この方法を用いるに際して観測値に相当する理論走時と地震波線経路を求める必要がある。現在、計算速度と精度の点から pseudo bending 法 (Um and Thurber, 1987) が広く用いられている。しかし、波線経路に初

期値依存性があり不均質速度構造に対して弱点があることが指摘されている。そこで高度の速度構造不均質にたいして有効な最短経路法を用いた地震波線追跡法を開発した (Nishi, 2001)。また、自然地震を使用して震源と速度構造を同時に決定する場合には、震源計算についても走時方程式を線形化して解く従来の方法に代る非線形の震源計算アルゴリズムが必要となる。これは、線形アルゴリズムの前提であるよい初期値が 3 次元不均質速度構造下では得られなくなり正しい解が求まらない場合が多くなるためである。

2 最短経路法による地震波線追跡法

与えられた速度構造下で震源と観測点間を結ぶ地震波の伝播経路と走時は地震波線追跡法によって求めることができる。従って、地震波線追跡法は震源計算や地震波速度トモグラフィーにおいて不可欠のツールである。ただし、震源計算の場合は走時のみを用いるので経路は必要ではない。トモグラフィーでは双方が必要となる。水平多層構造など 1 次元速度構造においては地震波の伝播経路と走時はスネルの法則のみで求められる。2 次元以上の速度構造では波線追跡法の概念を意識した独立の計算手法が必要となる。

不均質な速度構造において正しい解が得られる地震波線追跡法のアルゴリズムとして、eikonal 方程式を数値的に解く finite difference method (Reshel and Kosloff, 1986; Vidale, 1988; van Trier and Symes, 1991; Podvin and Lecomte, 1991) とグラフ理論の最短経路法を用いる方法がある。しかし、前者は精度を上げようとすると解法がグラフ理論による場合と似てくる上、手続きが複雑になるので、グラフ理論による最短経路法が良いとされている (Klimeš and Kvasnicka, 1994; Zhang and Toksoz, 1998)。

最短経路問題は Operations Research (OR) の分野で古くから研究されていたが 1959 年に Dijkstra が発見したアルゴリズム (Dijkstra, 1959) が著名である。これは始点に隣接する最短距離の点を探索して接続し距離を逐次的に伸ばして終点に至る方法であり光学におけるホイヘンスの原理を定式化したものといえる。近接する 2 点間の距離と速度から 2 点間に要する時間が分かるので、最短経路探索のアルゴリズムを用いて、最短経路 (距離) ではなく最短時間となる経路を探索することができる。最短時間経路は Fermat の原理から波動の伝播経路となるので地震波の伝播経路を知ることができる。

Nakanishi and Yamaguchi (1986) はこのアイデアを始めて地震学に持ち込み東北地方のサブダクションの数値モデルにおいて地震波線追跡法として使用した。その後、Saito (1989; 1990) による先駆的な貢献が続いた。Moser (1991) は最短経路法の robust 性に着目し誤差の評価を行うとともに計算の過程で必要となる sorting のため、node 間の走時データをヒープ構造化し処理することを薦めている。ヒープ構造より高速なデータ構造としてフィボナッチヒープ構造が存在するが前処理が複雑なため総合的にみて効果は乏しい。理論的に最速の sorting 方法として bucket sorting がある (ただし広大なメモリ空間を要するので実用性に欠ける)。要素数 $n \times 10^6$ 程度でヒープ構造と比較したが、速度改善は 10% 程度であることから最短経路問題においてヒープ構造がきわめて優れたデータ構造であるといえる。

最短経路法による波線追跡法は Saito (1990)、Cheng and House (1998) によって 3 次元化された。しかし、計算時間を要するため数千から数万以上の地震波線を取り扱うトモグラフィーにおいて実用的に使用されるこ

とはなく専ら数値モデルにおいて使用された。この点を改善するため、最短経路法で得られた結果を Simplex 法 (Nelder and Mead, 1965; Press *et al.*, 1992) で最適化する Hybrid 方式を提唱し数値モデルで有効性を示した。最短経路法のみで求めた場合と比較して同じ精度の結果を得るために要する計算時間は、1/102 ~ 1/104 に短縮された。また、波線経路の精度をあげるための node 間の 3 次元の接続条件を定式化した (Nishi, 2001)。この火山地域用地震波線追跡法を便宜上 Fermat と呼ぶことにする。

地震波線追跡法に上述の Fermat を用いて行ったトモグラフィーの結果を、地震波線追跡法に pseudo bending を用いた場合と比較して、図 1 と図 2 に示した。図 1 は阿蘇火山における構造探査 (須藤・他, 1999) での発破点と観測点の配置および実際の読み取り値のランクを用いて行ったチェッカーボードテストの深さ 1km における結果である。チェッカーボードとしては須藤 (1991) による速度に $\pm 40\%$ の変動を与えた。チェッカーボードテストを用いる理由は、速度構造パターンがあらかじめ分かっているため復元された速度構造のパターンから直ちに優劣が判定できるためである。図 2 に走時残差の root mean squares (RMS) を示した。これは得られた速度モデルの fitting の程度を示す。図 1、図 2 共に最短経路法と simplex 法の hybrid scheme による Fermat を用いた inversion の方が良い結果を得ていることを示している。

3 非線形震源決定

不均質な 3 次元速度構造のもとで震源計算を行う場合は、不均質な速度構造に対応した地震波線追跡法と非線形震源決定アルゴリズムの 2 点を考慮しなければならない。

水平多層構造などの 1 次元速度構造モデルで多用されている Geiger 法は走時方程式を近似値のまわりでテイラー展開し線形化してから初期値に対する補正量を求める。従って、適用に当たってはよい初期値 (真の値に近い値) が得られることが前提である。即ち、省略した 2 次以上の項の影響が無視できなければならない。

$$T = F(s, h, m)$$

$$T = T_0 + \sum_{k=1}^4 \frac{\partial F}{\partial h_k} \Delta h_k + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial m_i} \Delta m_i + e \quad (1)$$

ここで、T: 走時、 T_0 : 走時初期値、s: 観測点パラメータ、h: 震源パラメータ、m: 速度構造パラメータ、n: 速度構造パラメータの数、 Δh : 震源パラメータの初期値に対する補正量、 Δm : 速度構造パラメータの初期値に対する補正量、e: 誤差。

不均質な 3 次元速度構造のもとでは、正しい解に収束する程度によい初期値を得ることが難しくなり正しい震源が求められない場合が多くなる。震源と速度構造を同時に求める走時データインバージョン (南九州の 3 次元地震波速度構造) において得られた走時残差 (RMS) の変化の 1 例を図 3 に示した。点線は Geiger 法による残差、実線は以下に述べる非線形震源決定法による残差である。Geiger 法では inversion の iteration に従って残差が大きく変動し震源が正しく求められていないことを示している。また、非線形震源決定法と比較して残差が異なることは異なる速度構造が得られていることを示している。

走時方程式の線形化を行わない震源計算では地震波線追跡法を用いて走時を求め観測値との差を最小にする

震源パラメータを最適化法を用いて探索していく方法が採られる。この場合の評価関数は (2) で与えられ E を最小にする震源パラメータを探索することになる。

$$E = \sqrt{\sum_{i=1}^n (T_i^{\text{obs}} - T_i^{\text{cal}})^2} / n \quad (2)$$

ここで、n は観測点数を示し、 T_i^{obs} 、 T_i^{cal} は i 番目の観測点の走時の観測値と理論値をそれぞれ示す。

最適化の方法は grid search をはじめとして、gradient search、Marquardt method、Monte Carlo techniques、genetic algorithms (GA)、neural networks、fuzzy logic 等多種多様でありそれぞれの最適化法を用いた震源決定法が存在する。通常は計算速度と安定性を考慮して simplex 法がよく用いられる (e.g., Prugger and Gendzwil, 1988)。ただし、(2) 式の理論走時を求める際に使用する地震波線追跡法がスネルの法則のみで不均質 3 次元速度構造に対応していないため通常は 1 次元速度構造に限られる。この地震波追跡法に上述の火山地域用地震波線追跡法 Fermat を用いることにより 3 次元の任意の速度構造に対応する震源決定法を構築した。即ち、(2) 式の理論走時を Fermat を用いてもとも simplex 法により E を最少にする震源パラメータを求める計算スキームである。

この震源決定法を 1994 年霧島火山で実施された火山体構造探査 (鍵山・他, 1995) によって得られた arrival time data に適用して人工地震の震源を求め実際の発破点位置と比較した。速度構造は地震波線追跡法に Fermat を使用して得られた結果 (Nishi, 2001) を使用した。テストに用いた発破は shot 2 で霧島火山北北西の shot 1 と南南東の shot 4 を結ぶ測線上にある。この測線断面の速度構造と shot 2 の地震波線を図 4 に示した。震源がほとんどの観測点の上方に位置していて震源決定上決めにくい配置になっていることがわかる。初期値は深さを海面下 0 km に固定し、発破点から順次離れた A、B および C の 3 点について設定した。結果を表 1 と図 5 に示した。計算には図 5 に示した黒丸の 14 点を用いた。Geiger 法では初期値 B 点以遠では正しい解が得られていないが Nonlinear method は正解を得ている。震源と速度構造を同時に求めるインヴァージョンにおいて使用した例を図 3 の実線で示した。Geiger 法より良い結果が得られていることがわかる。

4 まとめ

火山体浅部の地震波速度構造解明のためには不均質速度に対応可能なツールが必要である。この観点から、最短経路法と simplex 法を用い、火山地域用 3 次元地震波線追跡法 Fermat を開発し速度構造数値モデルにより有効性を示した。また、不均質 3 次元速度構造下における震源決定のため、上記の地震波線追跡法 Fermat を用いて得られる走時残差を simplex 法により最適化する非線形震源決定法を開発した。1994 年の霧島火山構造探査のデータを用い有効性を示した。また、震源と速度構造を同時に求めるインヴァージョンにおいて使用した結果、Geiger 法より良い結果が得られた。

謝辞

地震波線追跡法 Fermat の開発に際して”雲仙火山科学掘削計画”による計算機を使用した。

参考文献

- Cheng, N. and House, L., Minimum traveltimes calculation in 3-D graph theory, *Geophysics*, **61**, 1895–1898, 1996.
- Dijkstra, E. W., A note on two problems in connection with graph, *Numer. Math.*, **1**, 269–271, 1959.
- 鍵山恒臣・他 68 名, 霧島火山群における人工地震探査-観測および初動の読み取り, *地震研究所彙報*, **70**, 33–60, 1995.
- Klimeš, L. and Kvasnička, M., 3-D network ray tracing, *Geophys. J. Int.*, **116**, 726–738, 1994.
- Moser, T. J., Shortest path calculation of seismic rays, *Geophysics*, **56**, 59–67, 1991.
- Nakanishi, I. and Yamaguchi, K., A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from the first-arrival times for two-dimensional island arc structure, *J. Phys. Earth*, **34**, 195–201, 1986.
- Nelder, J. A. and Mead, R., A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, **7**, 308–313, 1965.
- Nishi, K., A three dimensional robust seismic ray tracer for volcanic regions, *Earth Planets Space*, **53**, 101–109, 2001.
- Podvin, P. and Lecomte, I., Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools, *Geophys. J. Int.*, **105**, 271–284, 1991.
- Prugger, A. F. and Gendzwil, D. J., Microearthquake location: A nonlinear approach that makes use of a simplex stepping procedure, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 799–815, 1988.
- Reshef, M. and Kosloff, D., Migration of common-shot gathers, *Geophysics*, **51**, 324–331, 1986.
- Saito, H., Travel times and ray paths of first arrival seismic waves: computation method based on Huygens' principle, in *Expanded abstracts, 59th Annual Int., SEG Meeting*, 244–247, Soc. Explor. Geophys., Tulsa, Oklahoma, 1989.
- Saito, H., 3-D ray tracing method based on Huygens' principle, in *Expanded abstracts, 60th Annual Int., SEG Meeting*, 1024–1027, Soc. Explor. Geophys., Tulsa, Oklahoma, 1990.
- Sudo, Y., An attenuating structure beneath the Aso Caldera determined from the propagation of seismic waves, *Bull. Volcanol.*, **53**, 99–111, 1991.
- 須藤靖明・阿蘇火山構造探査 (人工地震) グループ, 1998 年阿蘇火山人工地震探査について, 1999 年地球惑星関連学会合同大会予稿集, Vb-022, 1999.
- Um, J. and Thurber, C., A fast algorithm for two point seismic ray tracing, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 972–986, 1987.
- Van Trier, J. and Symes, W. W., Upwind finite-difference calculation of traveltimes, *Geophysics*, **56**, 812–821, 1991.
- Zhang, J. and Toksoz, M. N., Nonlinear refraction travel time tomography, *Geophysics*, **63**, 1726–1737, 1998.

表 1: Initial locations and final locations calculated by Geiger's method and nonlinear method (see Figure 5).

True (Shot 2)	Initial Location	Geiger's method	Nonlinear method (This study)
(-0.626, 4.359, -1.167)	A (3.0, 6.0, 0.0)	(-0.584, 4.264, -0.927)	(-0.596, 4.253, -0.922)
	B (4.0, 8.0, 0.0)	(-5.792, 2.002, 13.877)	(-0.582, 4.261, -0.926)
	C (5.0, 10.0, 0.0)	(divergence)	(-0.595, 4.251, -0.944)

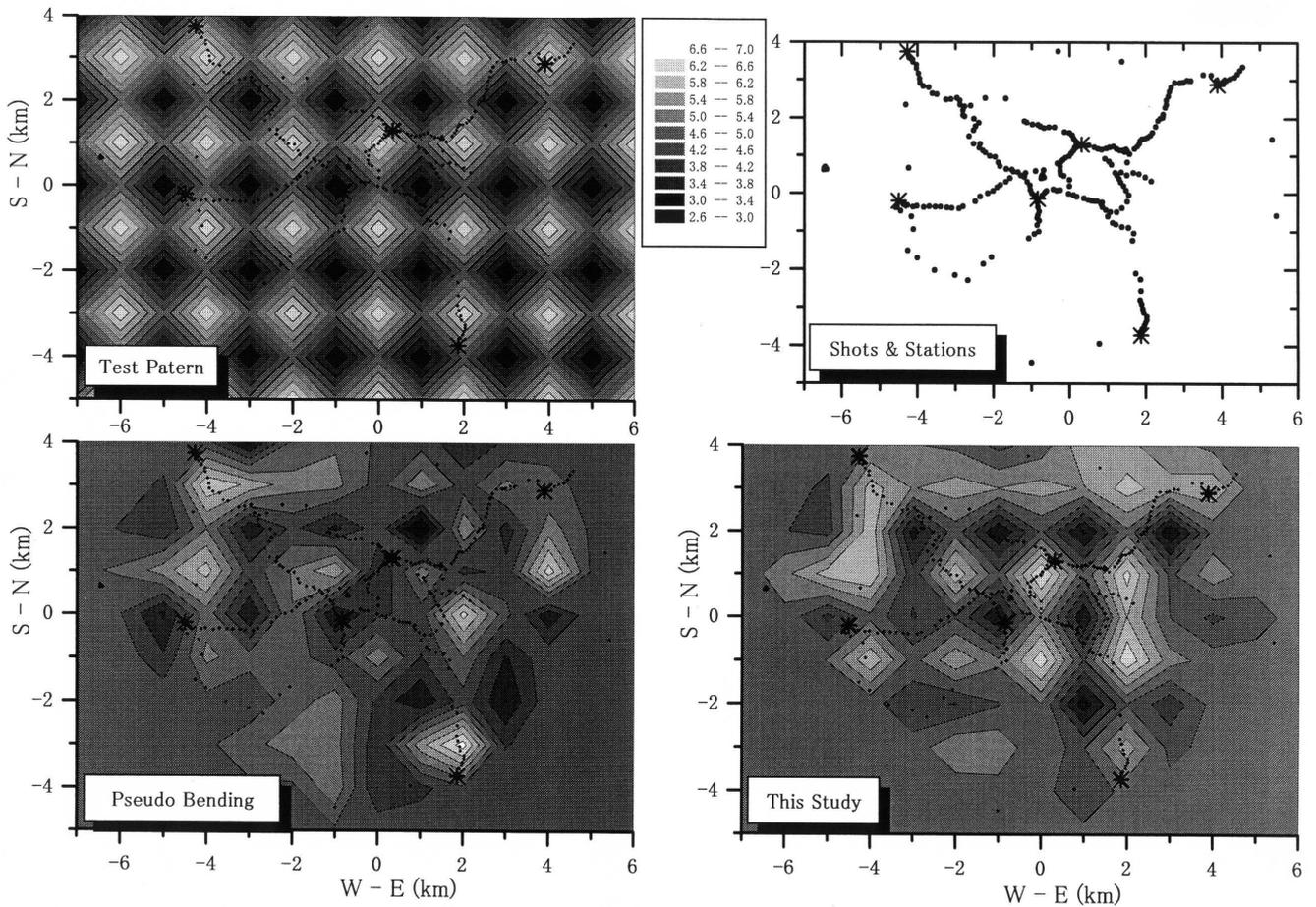


图 1: Results of the checkerboard test for travel time tomography using the shots and stations configuration (top right) of Project ASO98 (Seismic explosions)(Sudo, 1999). Solid dots and asterisks indicate the stations and shots respectively. Checkerboard pattern (top left) is for a depth of 1 km. A bottom left and bottom right are the results of velocity inversion with a pseudo bending ray tracer and the present ray tracer, respectively. Superior velocity recover is achieved by inversion with the present ray tracer.

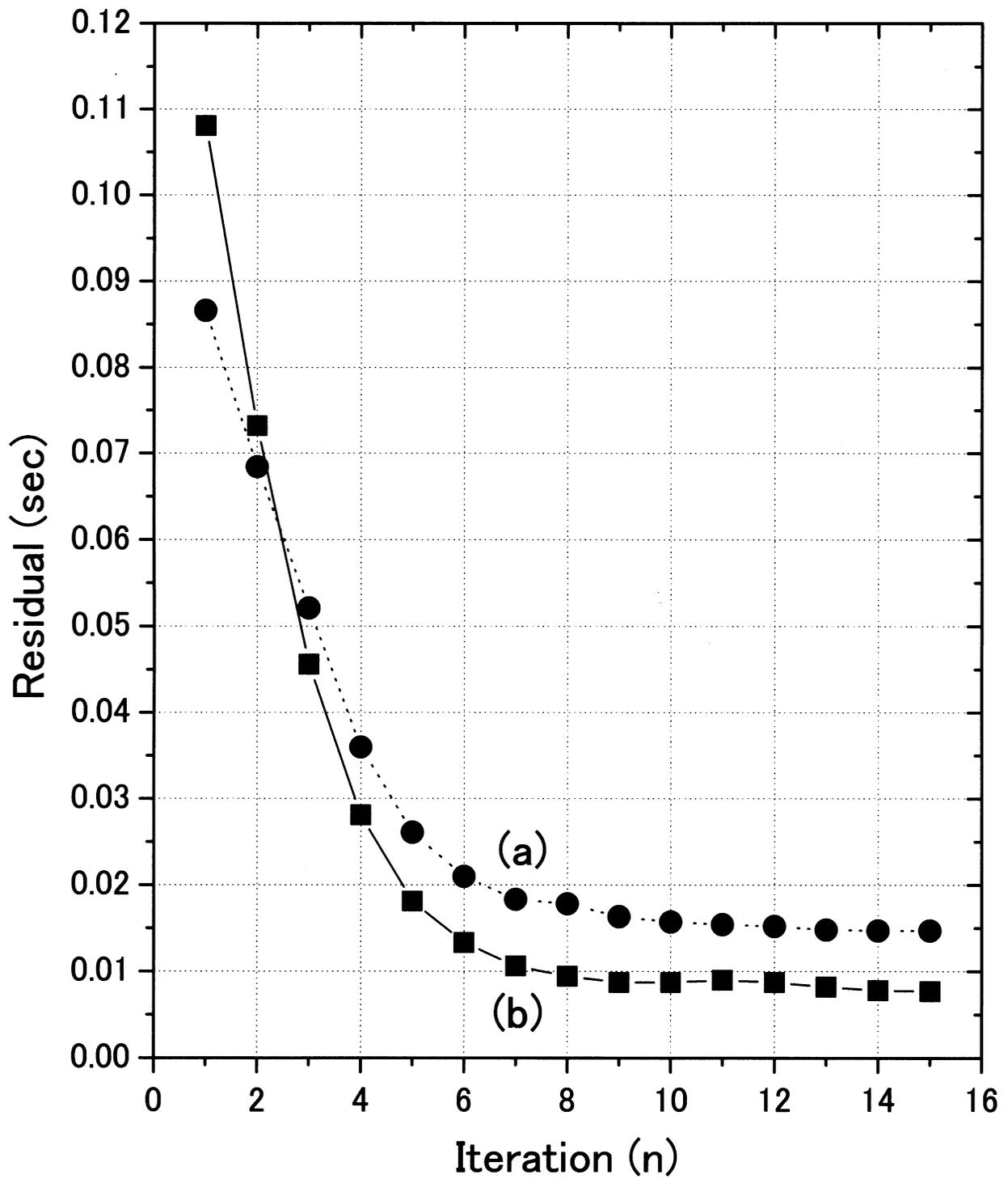


Figure 2: Travel time residuals of the checkerboard test shown in Figure 1. Comparison of inversion with pseudo bending (a) and inversion with the present ray tracer (b) clearly shows that travel time residuals are halved by the present ray tracer.

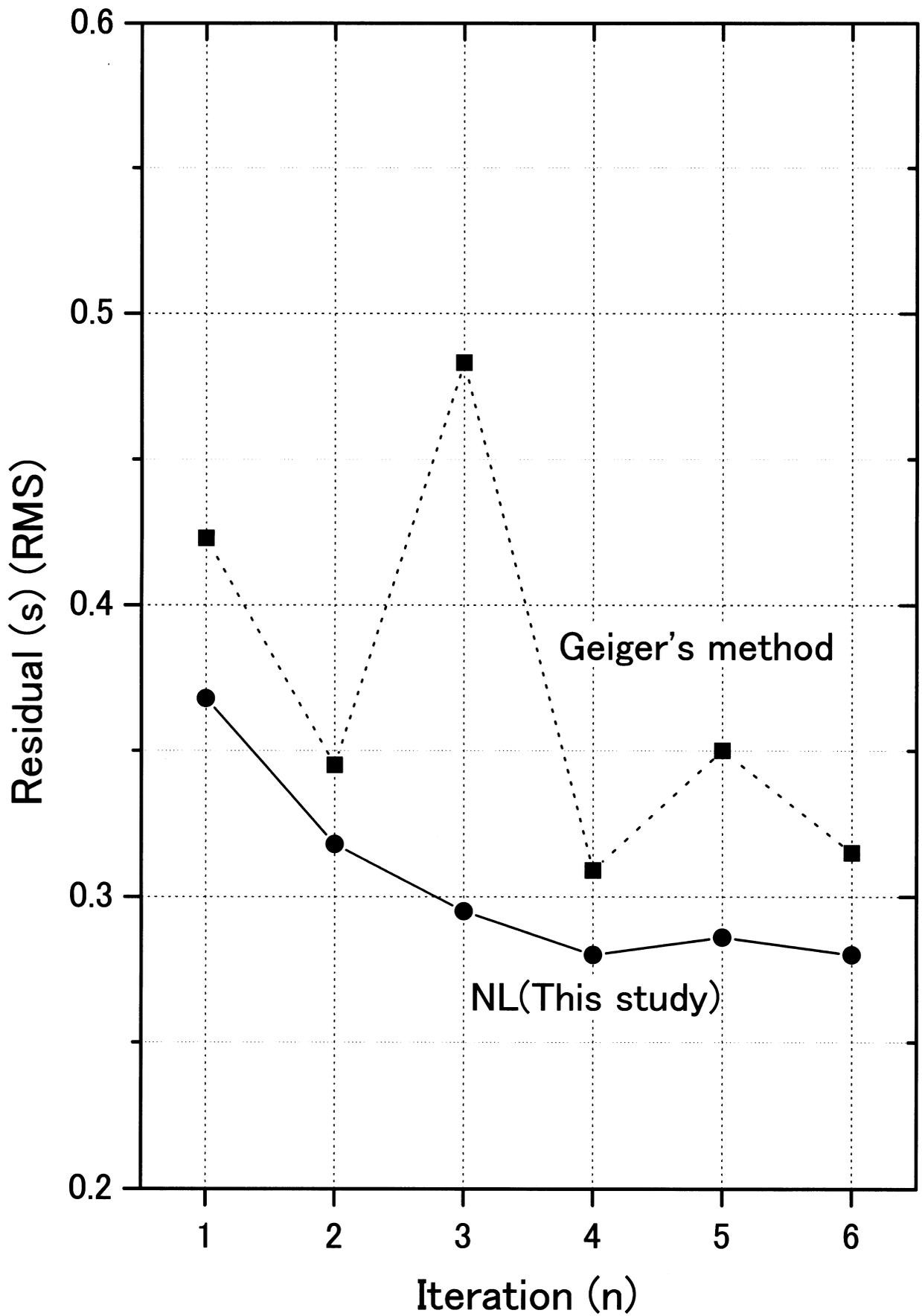


Figure 3: Change of travel time residuals in travel time inversion for 3-D velocity structure in south Kyushu, Japan. Solid circles and solid squares indicate the results of hypocenter determination by Geiger's method and nonlinear method respectively.

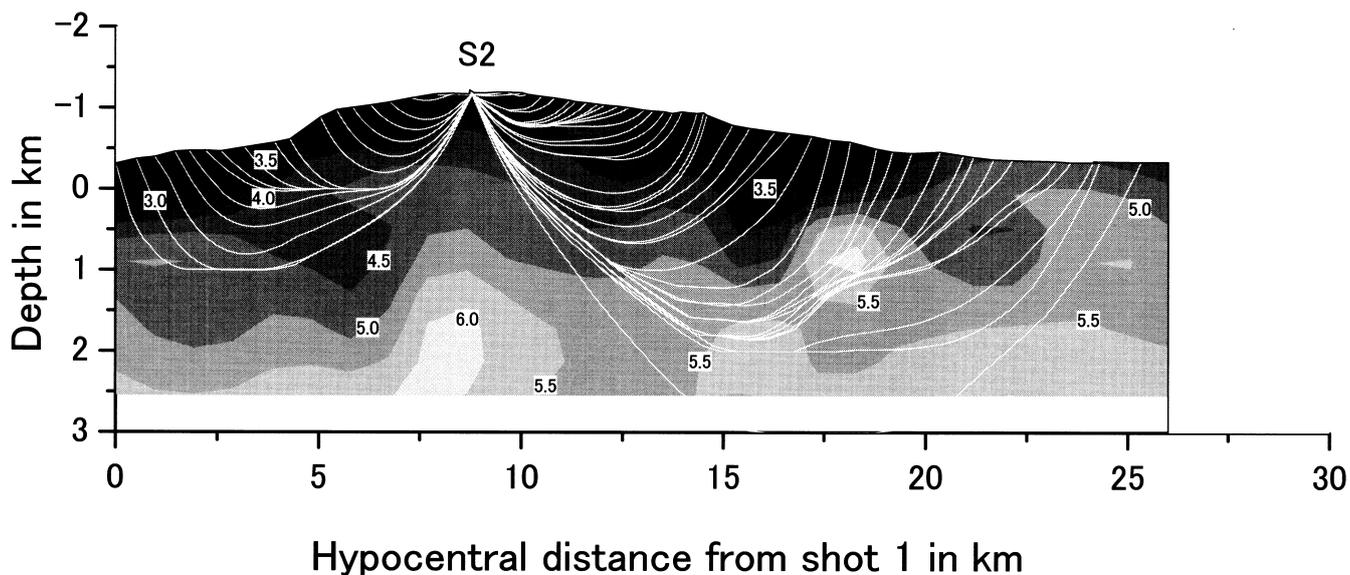


Figure 4: Velocity structure and ray path (shot 2) of vertical cross section along the survey line from shot 1 to shot 4 on Kirishima experimental explosions in 1994.

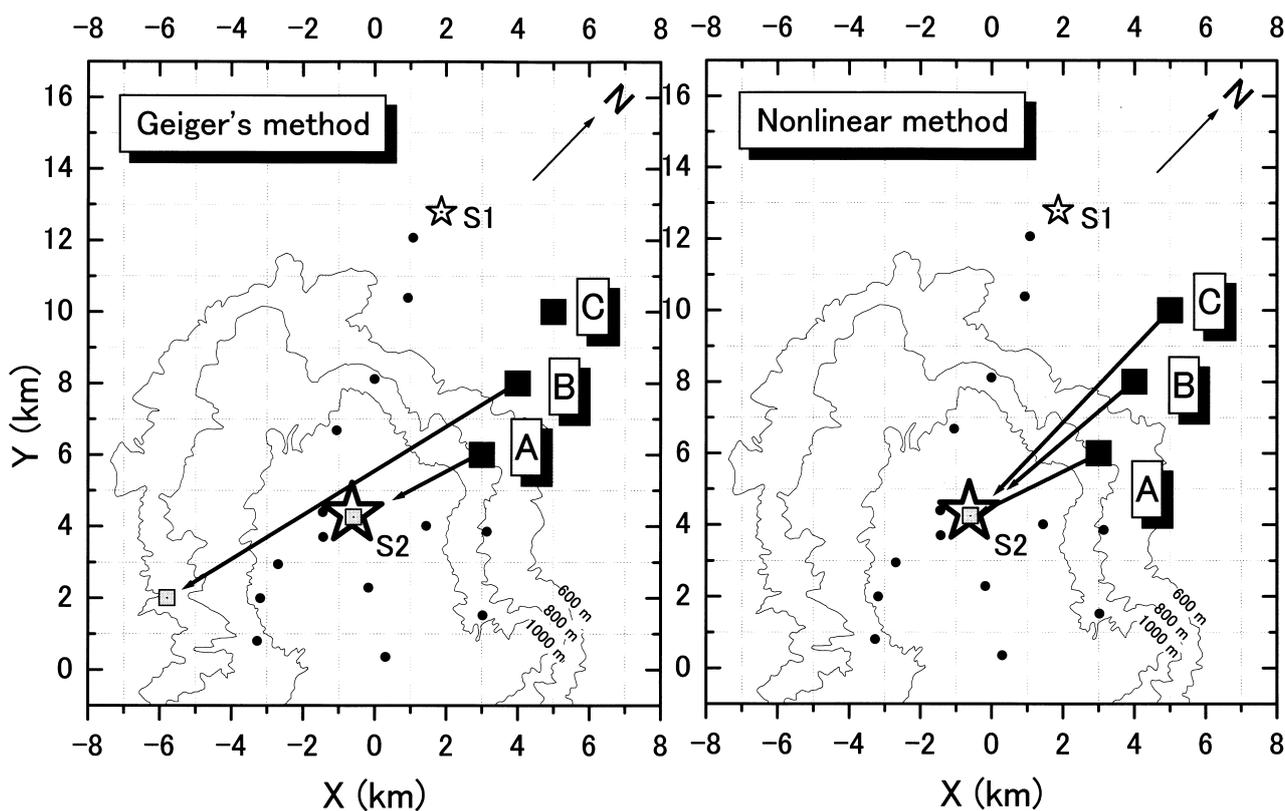


Figure 5: Results of hypocenter calculations by Geiger's method (left) and nonlinear method (right). Squares of A, B and C indicate initial locations for hypocenter calculations and smaller squares indicate final results of the calculations (See Table 1). In Geiger's method, no reasonable solutions are obtained by the initial location of B and C. (Cartesian coordinate system is adopted. Axes are rotated 44 degree anticlockwise along to the direction of volcanic edifice. Origin of coordinate is $31^{\circ} 55.0' N$, $130^{\circ} 53.0' E$ at the sea level and downward direction is positive.)